Title	Complex-Banach-spaces ニ於ケル解析函數ニツイテ (III)
Author(s)	霜田, 伊左衛
Citation	全国紙上数学談話会. 2(8) p.237-p.238
Issue Date	1948-03-10
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75214
rights	
Note	

79. Complex-Banach-spacesニ於ケル解析函數ニツイテ (III)

(阪大)　霜田伊佐衛

(1943. II. 1)

二変数複素函数論ニ於ケル Hartogs ノ定理ヲ二ツノ Complex-Banach spaces E, E' ノ積空間 $E \times E'$ デ考察シタイ. ソノ為ニ必要ナ次ノ定理ヲ掲ゲル.

定理 A.[1] $f(\lambda)$ ハ複素平面ノ領域Dニ定義セラレ E ノ値ヲトル. y^* ハEデノ有界ナ linear functional トシ複素数値ヲトル. 若シ凡テノ $y^* f(\lambda)$ ガDデ可微分ナレバ $f(\lambda)$ ハ又Dデ可微分トナル.

〔定理〕. $E \times E'$ 内ノ有界領域Δデ定義セラレ, complex-Banach space E'' ノ値ヲトル函数 $f(x, y)$ ガΔノ境界上デ正則ナレバΔノ内部デ正則トナル.

〔証明〕 y^* ヲ複素数値ヲトル有界ナ linear functional トスル. (x_0, y_0) ヲΔノ任意ノ点トスル. $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$ ハ (α, β) ヲ変数トシ y^* ヲトル函数トナル. $(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$ ガ常ニΔ内ニアル様ニ (α, β) ガ動ケバ之ハ領域Dヲツクル. Dノ境界デ $f(x, y)$ ハ正則デアルカラ $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$ ハDノ境界デ正則トナル. 故ニ二変数複素函数ニ於ケル Hartogs ノ定理ニヨリ $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$ ハD内デ正則トナル. 故ニ定理Aニヨリ $f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$ ハDデ正則トナル. 故ニ(x_0, y_0)ニ於テ Gateaux ノ微分ガアル. (x_0, y_0) ハ任意ダカラ $f(x, y)$ ハΔデ常ニ Gateaux ノ微分ガアル. (x_0, y_0) ハヤハリΔノ任意ノ点トシ, Δノ境界上ノ一ツノ点ヲ $(x_0 + x', y_0 + y')$ トスル.

$(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$ ガΔ内ニアル様ニαガ変化スレバαハ領域D'ヲツクル. D' ノ境界Cハ有界ナル閉集合トナル. $\alpha \in C$ ナルトキ $(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$ ハ compact set G トナル. G上デハ $f(x, y)$ ハ正則ナル故

$G \ni (x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$ ナルトキ任意ノ正数εニ対シ $d(x, y); (x_0 + \alpha x',$

$y_0+\alpha' y')) < \delta$ ナルトキ,

$$\|f(x,y)-f(x_0+\alpha x', y_0+\alpha' y')\| \leq \varepsilon.$$

且 $f(x,y)$ ハ G上デハ一様ニ有界ナル故, Gヲ有限ケノ球デ蔽ヒ其ノ近傍デハ常ニ $\|f(x,y)\|\leq M$ ナラシメル事ガ出来ル. Gヲ蔽フ球ノ集合ヲ Σ トスル. Σ ハ開集合ナル故ニ (x',y') ノ適当ナ近傍ヲ $U(x',y')$ トスレバ $(x_0+\alpha x, y_0+\alpha y)$ $\{\alpha\in C, (x,y)\in U((x',y'))\}$ ハ常ニ Σ ニ含マレル.

$$\therefore \|f(x_0+\alpha x, y_0+\alpha y)\|\leq M.$$

α-平面デ0点カラ C ヘノ最短距離ヲ ρ トスレバ $f(x_0+\alpha x, y_0+\alpha y)$ ハ D デ α ニツキ正則トナルカラ $\|f(x_0+\alpha x, y_0+\alpha y)\|$ ノ最大値ハ必ズ C 上デトル.

$$\therefore \left\|\frac{1}{2\pi i}\int_{|\alpha|=\rho}\frac{f(x_0+\alpha x, y_0+\alpha y)}{\alpha^{n+1}}\,d\alpha\right\| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad \begin{pmatrix} n=0,1,2,\cdots \\ (x,y)\in U(x',y')\end{pmatrix}$$

今 $f(x_0+x, y_0+y) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x_0,y_0;x,y)$

トオケバ $\|U_n(x_0,y_0;x,y)\| = \frac{M}{\rho^n} \quad ((x,y)\in U(x',y'))$

$U_n(x_0,y_0;x,y)$ ハ Gateaux ノ微分オアリ且齊次デアルカラ 今 $U((x',y'))$ 内ノ (x',y') ヲ中心トスル球ノ半径ヲ r トスレバ.

$\|(x,y)\| < r$ ナルトキ. $\|U_n(x_0,y_0;x,y)\| \leq \frac{M}{\rho^n}$ [2]

$U_n(x_0;y;x;y)$ ハ有界ナル故 $\|(x,y)\| < r$ デ連続トナル.

$0 < r_1 \leq 1$ ヲ $\frac{r_1}{\rho} < 1$ ナル様ニトレバ $\|(x,y)\| < r_1 r\ (\leq r)$ デ上ノ級数ハ一様収斂スルカラ, $f(x_0+x, y_0+y)$ ハ (x_0,y_0) デ連続トナル. (x_0,y_0) ハ任意ダカラ $f(x,y)$ ハ Δ デ連続トナル. 故ニ $f(x,y)$ ハ Δ デ正則トナル.

(以上)

---

1) N. Dunford Uniformity in linear spaces. Trans. Amer. Soc. 44 (1938)

2) 全国紙上数学談話会第7号 [illegible] 註 Zorn ノ定理